

# DS 3 : Probabilités

### Exercice 1

Voici la loi de probabilité d'une variable aléatoire X

$x_i$	2	5	10
$P(X=x_i)$	0,15	0,5	0,35

- 1) Déterminer  $E(X)$ ,  $V(X)$  et  $\sigma(X)$
- 2) représenter graphiquement la fonction de répartition de X (il faut juste tracer  $f(x) = (X \leq x)$ )

### Exercice 2

Un dés est truqué, n'importe quel nombre impair à trois fois plus de chance d'être tiré que n'importe quel nombre pair. Soit A, et B respectivement les événements suivants : « tirer un 4 », « tirer un nombre impair ».

- 1) Décrire sous la forme d'ensemble (par exemple  $\{2 ; 3\}$ ) les événements suivants A, B,  $\bar{A}$ ,  $A \cup B$  et  $A \cap B$
- 2) Déterminer les probabilités des événements étudiés à la question précédente.

### Exercice 3

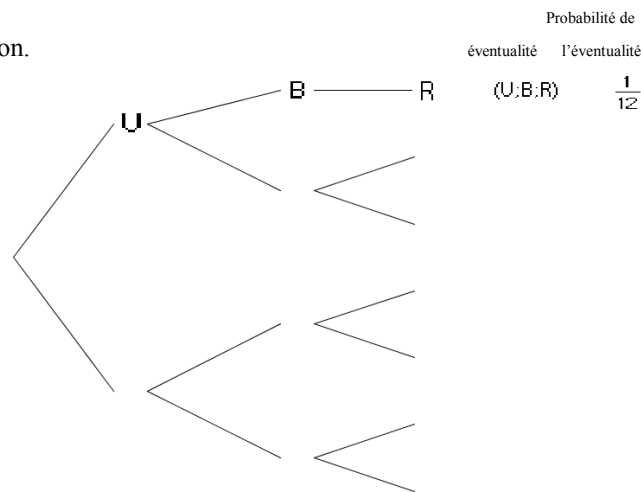
Un forain propose je jeu suivant : il y a deux urnes U et V, la première contient 3 boules rouges et une bleue. L'urne V contient 5 boules bleues et 3 rouges. Chaque boule bleue rapporte 3€, et chaque boule rouge rapporte 2€.

On pose les événements suivants : U : « on choisit l'urne U », R « on tire une boule rouge », B : « on tire une boule bleue ».  
Les boules sont indiscernables au toucher.

- 1) quelle est la conséquence Mathématique de cette dernière information.

- 2) Au moment de sélectionner les urnes on a  $P(U) = \frac{1}{3}$ , calculez  $P(\bar{U})$ .

- 3) l'expérience aléatoire se déroule de la manière suivante , on choisit au hasard une des deux urnes, on tire une boule, on la met dans notre poche, puis on tire une autre boule. Complétez l'arbre (décrivant l'expérience aléatoire) ci-contre.



- 4) donnez la probabilité des événements suivants A : « faire deux boules Bleues », C : « faire deux boules rouges », E « faire deux boules de couleurs différentes » .

- 5) remplir le tableau suivant donnant la loi de probabilité X la variable aléatoire qui a chaque partie associe le gain.

$x_i$			
$P(X=x_i)$			

- 6) donner l'espérance de X, si pour pouvoir jouer il faut payer 5€, à terme qui sera gagnant les joueurs ou

### Exercice 4

catégorie	au foyer	saliarié	total
dépense			
moins de 40			
entre 40 et 200			
plus de 200			
<b>Total</b>			

Un sondage réalisé un lundi après-midi à la sortie d'un supermarché auprès de 350 femmes, a donnée les résultats suivants :

- 86% d'entre elles sont des femmes au foyer, les autres sont salariées ;
- 66% d'entre elles ont dépensé entre 40 et 200 euros ;
- parmi les femmes salariés, deux ont dépensé plus de 200 euros et les  $\frac{4}{7}$  ont dépensé entre 40 et 200 euros;
- aucune femme au foyer n'a dépensé plus de 200 euros.

- 1) Compléter le tableau ci-dessus :  
On choisit au hasard une de ces personnes interrogées.  
On considère les événements suivants : A : " elle est salariée " ; B : " elle a dépensé moins de 40 euros " ; C : " elle est salariée et a dépensé moins de 200 euros ".
- 2) a) Calculer la probabilité des événements A, B, et C.  
b) Traduire par une phrase l'événement  $A \cup B$  : " elle ... " puis calculer la probabilité de l'événement  $A \cup B$ .  
c) Quel est le pourcentage de femmes interrogées ayant dépensé moins de 40 euros ?

correction

Exercice

Voici la loi de probabilité d'une variable aléatoire X

$x_i$	2	5	10
$P(X=x_i)$	0,15	0,5	0,35

1)  $E(X) = 0,15 \times 2 + 0,5 \times 5 + 0,35 \times 10 = 6,3$ ,  
 $V(X) = 0,15(6,3 - 2)^2 + 0,5(6,3 - 5)^2 + 0,35(6,3 - 10)^2$   
 $= 2,7735 + 0,845 + 4,7915 = 8,41$  et  $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = 2,9$   
 2)

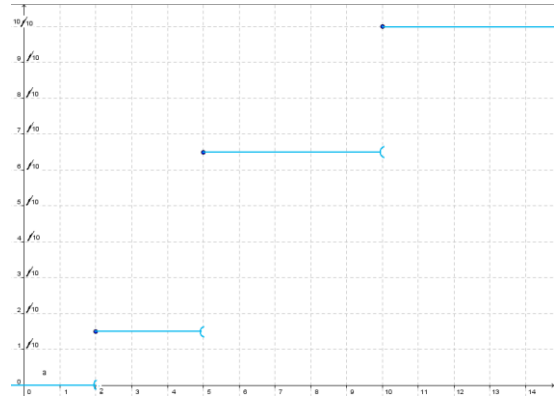
**Exercice 2**

1)  $A = \{4\}$ ,  $B = \{1 ; 3 ; 5\}$ ,  $\bar{A} = \{1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6\}$ ,  $A \cup B = \{1 ; 3 ; 4 ; 5\}$ , et  $A \cap B = \{\emptyset\}$

2) On pose  $x = P(\{2\}) = P(\{4\}) = P(\{6\})$  on a donc  $3x = P(\{1\}) = P(\{3\}) = P(\{5\})$  or :

$1 = P(\{1\}) + P(\{2\}) + P(\{3\}) + P(\{4\}) + P(\{5\}) + P(\{6\})$  et donc  $1 = 3x + x + 3x + x + 3x + x$  et donc  $1 = 12x$  et donc  $x = \frac{1}{12}$ .

Ainsi  $P(A) = x = \frac{1}{12}$  et  $P(B) = P(\{1 ; 3 ; 5\}) = 3 \times 3x = \frac{3}{4}$



**Exercice 3**

1) pour le tirage des boules nous sommes dans une situation d'équiprobabilité.

2)  $P(U) = \frac{1}{3}$ , calculez  $P(\bar{U}) = 1 - P(U) = \frac{2}{3}$ .

3)

4)  $P(A) = \frac{5}{21}$  ;  $P(C) = \frac{2}{12} + \frac{1}{14} = \frac{14}{84} + \frac{6}{84} = \frac{20}{84} = \frac{5}{21}$

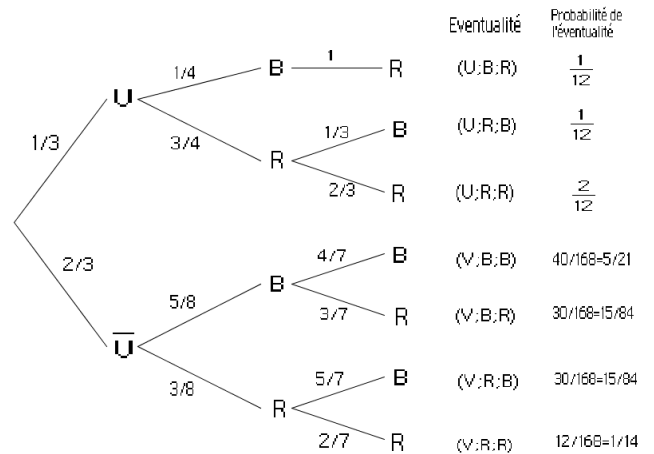
$P(E) = 1 - \left(\frac{5}{21} + \frac{5}{21}\right) = \frac{11}{21}$

5)

$x_i$	4	5	6
$P(X=x_i)$	$\frac{5}{21}$	$\frac{11}{21}$	$\frac{5}{21}$

On a donc  $E(x) = 4 \times \frac{5}{21} + 5 \times \frac{11}{21} + 6 \times \frac{5}{21} = 5$ , le gain moyen de ce jeu est de 5€

Donc si on doit payer 5€ pour pouvoir y jouer, alors en moyenne on ne gagne ni ne perd, donc personne n'est gagnant, personne n'est perdant.



**Exercice 4**

- 86% de 350 = 301
- 66% de 350 vaut 231 ;
- $\frac{4}{7}$  de 49 vaut 28 ;

a)  $P(A) = \frac{49}{350} = \frac{7}{50}$   
 $P(B) = \frac{117}{350}$  ;  
 $P(C) = \frac{19+28}{350} = \frac{47}{350}$

b)  $A \cup B$  : " elle est salariée ou a dépensé moins de 40€ " »  $P(A \cup B) = \frac{98+19+28+2}{350} = \frac{147}{350}$ .

c)  $\frac{117}{350} \approx 33,4\%$

catégorie	au foyer	salarié	total
dépense			
moins de 40	98	19	117
entre 40 et 200	203	28	231
plus de 200	0	2	2
Total	301	49	350