Devoir surveillé : Multiples et probabilités (sujet A)

Exercice 1

Prouver que la différence d'un multiple de 5 et d'un multiple de 15 est un multiple de 5.

Exercice 2

Complétez le tableau en vous inspirant des deux premières lignes.

Nom	description	composition de l'ensemble
Ω	Univers des possibles : "les nombres de -10 à 10"	{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;0;-1;-2;-3;-4;-5;-6;-7;-8;-9;-10}
A	les nombres strictement positifs	{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10}
B	les nombres impairs	
C		{-9 ;-6 ;-3 ;0 ;3 ;6 ;9}
$A \cap B$		
$B \cup C$		
$\bar{C}$		
$\overline{A \cup B}$		

Exercice 3

On a une urne contenant 6 boules, 3 vertes et 2 jaunes et une rouge. On notera V l'événement tirer une boule verte et J « tirer une boule jaune »et R « tirer une boule rouge ».
On va tirer deux boules SANS remise.
Soit les événements suivants : A : « tirer deux boules vertes », B : « tirer deux boules de même couleur. »

1) Faire un arbre
2) Donner sous forme ensembliste Ω, A et B
3) Donner les probabilités de A, B et de « tirer deux boules de couleurs différentes.

Exercice 4

Soit une expérience aléatoire et P une mesure de probabilité lui étant associée. Soit A et B deux événements

1) Que peut-on dire de A et B si $P(A \cap B) = 0$
2) Comment appelle-t-on un événement dont la probabilité est de 1 ?

Exercice 5

	Filles	Garçon	Total
Allemand			
Italien			
Total			

Dans la classe de 2nde 6 il y a 36 élèves dont 16 garçons, le reste sont des filles. Il y a 12 germanistes (dont 4 filles) le reste étudient l'italien.

1) Compléter le tableau ci-dessus
2) On sélectionne une personne au hasard et on note F et A respectivement les événements « la personne sélectionnée est une fille » et « la personne sélectionnée étudie l'allemand. »
   a. En utilisant le tableau calculer les probabilités de A, F, $A \cap F$, $\bar{F}$ et $A \cup F$.
   b. Sur le tableau entourez en bleu les nombres correspondant à $A \cup F$ et en vert ce qui correspond à $A \cap F$
   c. Déterminer les deux dernières probabilités en utilisant des formules du cours.

Exercice 6

Soit une expérience aléatoire et P la fonction probabilité associée. On a A et B deux évènements tels que : $P(A) = 0{,}4$, $P(\bar{B}) = 0{,}3$ et $P(A \cap B) = 0{,}3$. Déterminer $P(A \cup B)$

Exercice 7

Compléter la loi de probabilité suivante (autrement dit : déterminer x) et en déduire la probabilité d'avoir une valeur supérieure strictement à 3.

Valeur	1	2	3	4	5	6
probabilité	0,1	0,15	0,20	0,15	0,1	x

Devoir surveillé : Multiples et probabilités (sujet B)

Exercice 1
Prouver que la différence d'un multiple de 7 et d'un multiple de 28 est un multiple de 7.

Exercice 2
Complétez le tableau en vous inspirant des deux premières lignes.

Nom	description	composition de l'ensemble
Ω	Univers des possibles : "les nombres de -10 à 10"	{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;0;-1;-2;-3;-4;-5;-6;-7;-8;-9;-10}
A	les nombres strictement positifs	{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10}
B	les nombres pairs	
C		{-9 ;-6 ;-3 ;0 ;3 ;6 ;9}
$A \cap B$		
$B \cup C$		
$\bar{C}$		
$\overline{A \cup B}$		

Exercice 3
On a une urne contenant 6 boules, 3 violettes et 2 jaunes et une rouge. On notera V l'événement tirer une boule violette et J « tirer une boule jaune »et R « tirer une boule rouge ».
On va tirer deux boules SANS remise.
Soit les événements suivants : A : « tirer deux boules violettes », B : « tirer deux boules de même couleur. »

1) Faire un arbre
2) Donner sous forme ensembliste Ω, A et B
3) Donner les probabilités de A, B et de « tirer deux boules de couleurs différentes.

Exercice 4
Soit une expérience aléatoire et P une mesure de probabilité lui étant associée. Soit A et B deux événements

1) Que peut-on dire de A et B si $A \cup B = B$
2) Comment appelle-t-on un événement dont la probabilité est de 0 ?

Exercice 5
Dans la classe de 2nde 6 il y a 36 élèves dont 16 garçons, le reste sont des filles. 4 élèves sont inscrits en science éco (dont deux garçons), le reste en PFEG.

	Filles	Garçon	Total
Science Eco			
PFEG			
Total			

1) Compléter le tableau ci-dessus
2) On sélectionne une personne au hasard et on note F et S respectivement les événements « la personne sélectionnée est une fille » et « la personne sélectionnée étudie les sciences économiques. »
   a. En utilisant le tableau calculer les probabilités de S, F, $S \cap F$,$\bar{F}$ et $S \cup F$.
   b. Sur le tableau entourez en bleu les nombres correspondant à $S \cup F$ et en vert ce qui correspond à $S \cap F$
   c. Déterminer les deux dernières probabilités en utilisant des formules du cours.

Exercice 6
Soit une expérience aléatoire et P la fonction probabilité associée. On a A et B deux évènements tels que :
$P(A) = 0{,}7$, $P(\bar{B}) = 0{,}2$ et $P(A \cap B) = 0{,}6$. Déterminer $P(A \cup B)$

Exercice 7
Compléter la loi de probabilité suivante (autrement dit : déterminer x) et en déduire la probabilité d'avoir une valeur inférieur ou égal à 3.

Valeur	1	2	3	4	5	6
probabilité	0,1	0,2	0,25	0,2	0,1	x

Correction : (sujet A)

Exercice

Soit m et n deux entiers respectivement multiples de 5 et 15, il existe donc k et k' tels que $m = 5k$ et $n = 15k' = 5(3k')$ et ainsi
$m - n = 5k - 5(3k') = 5(k - 3k') = 5k'' \text{avec} k'' = k - 3k'$ un entier.
La somme $m - n$ est donc un multiple de 5.

Exercice 2

Complétez le tableau en vous inspirant des deux premières lignes.

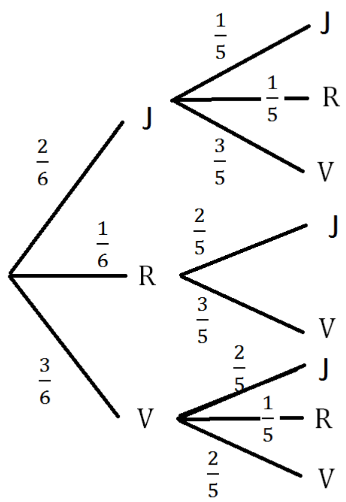
Nom	description	composition de l'ensemble
Ω	Univers des possibles : "les nombres de -10 à 10"	{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;0;-1;-2;-3;-4;-5;-6;-7;-8;-9;-10}
A	les nombres strictement positifs	{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10}
B	les nombres impairs	$\{-9; -7; -5; -3; -1; 1; 3; 5; 7; 9\}$
C	Les multiples de 3	{-9 ;-6 ;-3 ;0 ;3 ;6 ;9}
$A \cap B$	Les nombres impairs strictement positifs	$\{1; 3; 5; 7; 9\}$
$B \cup C$	Les nombres qui sont impairs ou multiples de 3	$\{-9; -7; -5; -3; -1; 1; 3; 5; 7; 9; -6; 6\}$
$\bar{C}$	Les nombres non multiples de 3	{1;2;4;5;7;8;10;0;-1;-2;-4;-5;-7;-8;-10}
$\overline{A \cup B}$	Les nombres qui ne sont pas (impairs ou positifs) autrement dit les pairs négatifs	$\{-10; -8; -6; -4; -2; 0\}$

Exercice 3

1) $\Omega = \{(V;V); (VJ); (J;V); (J;J); (R;V); (V;R); (R;J); (J;R)\}$,
A= $\{(V;V)\}$ et B= $\{(V;V); (J;J)\}$
2) Faire un arbre
3)
$P(A) = P\big((V;V)\big) = \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$

$$P(B) = P\big((V;V)\big) + P\big((J;J)\big) = \frac{1}{5} + \frac{2}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{4}{15}$$

P(«tirer deux boules de couleurs différentes »)=$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = \frac{11}{15}$



Exercice 4

1) $P(A \cap B) = 0$ les événement sont incompatibles
2) un événement dont la probabilité est de 1 est un événement certain

Exercice 5

	Filles	Garçon	Total
Allemand	4	8	12
Italien	16	8	24
Total	20	16	36

a. En utilisant le tableau calculer les probabilités de $P(A) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$, $P(F) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$, $P(A \cap F) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ et $P(\bar{F}) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9} P(A \cup F) = \frac{4+8+16}{36} = \frac{28}{36} = \frac{7}{9}$.

b. $P(\bar{F}) = 1 - P(F) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$ $\quad P(A \cup F) = P(A) + P(F) - P(A \cap F) = \frac{3}{9} + \frac{5}{9} - \frac{1}{9} = \frac{7}{9}$

Exercice 6

$P(\bar{B}) = 0{,}3$ donc $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 0{,}7$ $\; P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}4 + 0{,}7 - 0{,}3 = 0{,}8$

Exercice 7

$x = 1 - (0{,}1 + 0{,}15 + 0{,}2 + 0{,}15 + 0{,}1) = 0{,}3$

Valeur	1	2	3	4	5	6
probabilité	0,1	0,15	0,20	0,15	0,1	

P(« valeur supérieur strictement à 3 »)=0,15+0,1+0,3=0,55

Correction : (sujet B)

Exercice 1

Soit m et n deux entiers respectivement multiples de 7 et 28, il existe donc k et k' tels que $m = 7k$ et $n = 28k' = 7(4k')$ et ainsi
$m - n = 7k - 7(4k') = 7(k - 4k') = 7k''$avec$k'' = k - 4k'$ un entier.
La somme $m - n$ est donc un multiple de 7.

Exercice 2

Complétez le tableau en vous inspirant des deux premières lignes.

Nom	description	composition de l'ensemble
Ω	Univers des possibles : "les nombres de -10 à 10"	{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;0;-1;-2;-3;-4;-5;-6;-7;-8;-9;-10}
A	les nombres strictement positifs	{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10}
B	les nombres pairs	$\{-10; -8; -6; -4; -2; 0; 2; 4; 6; 8; 10\}$
C	Les multiples de 3	{-9 ;-6 ;-3 ;0 ;3 ;6 ;9}
$A \cap B$	Les nombres pairs strictement positifs	$\{0; 2; 4; 6; 8; 10\}$
$B \cup C$	Les nombres qui sont pairs ou multiples de 3	$\{-10; -8; -6; -4; -2; 0; 2; 4; 6; 8; 10; -9; -3; 3; 9\}$
$\bar{C}$	Les nombres non multiples de 3	{1;2;4;5;7;8;10;0;-1;-2;-4;-5;-7;-8;-10}
$\overline{A \cup B}$	Les nombres qui ne sont pas (pairs ou strictement positifs) autrement dit les impairs négatifs ou nul	$\{-9; -7; -5; -3; -1\}$

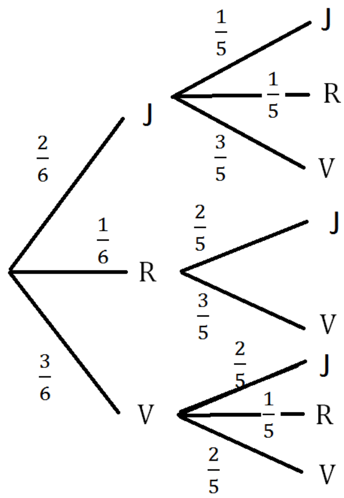
Exercice 3

1) $\Omega = \{(V;V); (VJ); (J;V); (J;J); (R;V); (V;R); (R;J); (J;R)\}$,
A= $\{(V;V)\}$ et B= $\{(V;V); (J;J)\}$
2) Faire un arbre
3)

$P(A) = P\big((V;V)\big) = \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$

$$P(B) = P\big((V;V)\big) + P\big((J;J)\big) = \frac{1}{5} + \frac{2}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{4}{15}$$

P(«tirer deux boules de couleurs différentes »)=$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = \frac{11}{15}$



Exercice 4

1) si $A \cup B = B$ alors $A \subset B$
2) un événement dont la probabilité est de 0 est un événement impossible.

Exercice 5

	Filles	Garçon	Total
Science Eco	2	2	4
PFEG	18	14	32
Total	20	16	36

a. En utilisant le tableau calculer les probabilités de $P(S) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$, $P(F) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$, $P(S \cap F) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ et $P(\bar{F}) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$ et $P(S \cup F) = \frac{18+2+2}{36} = \frac{11}{18}$.

b. $P(\bar{F}) = 1 - P(F) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$ $\quad P(S \cup F) = P(S) + P(F) - P(S \cap F) = \frac{1}{9} + \frac{5}{9} - \frac{1}{18} = \frac{11}{18}$

Exercice 6

$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}7 + 0{,}8 - 0{,}6 = 0{,}9$

Exercice 7

Valeur	1	2	3	4	5	6
probabilité	0,1	0,2	0,25	0,2	0,1	

$x = 1 - (0{,}1 + 0{,}2 + 0{,}25 + 0{,}2 + 0{,}1) = 0{,}15$

P(« valeur inférieur ou égal à 3 »)=0,1+0,2+0,25=0,55

Devoir surveillé : Multiples et probabilités (sujet C)

Exercice 1

Prouver que la différence d'un multiple de 20 et d'un multiple de 15 est un multiple de 5.

Exercice 2

Complétez le tableau en vous inspirant des deux premières lignes.

Nom	Description	composition de l'ensemble
Ω	Univers des possibles : "les nombres de -10 à 10"	{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;0;-1;-2;-3;-4;-5;-6;-7;-8;-9;-10}
A	les nombres strictement négatifs	{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10}
B	les nombres impairs	
C		{-10 ;-5 ;0 ;5 ;10}
$A \cap B$		
$B \cup C$		
$\bar{C}$		
$\overline{A \cup B}$		

Exercice 3

On a numéroté 15 cartes indiscernables au toucher de 1 à 15 avant de les mélanger. Soit A l'événements : « tirer un multiple de 4 »

On tire une carte au hasard

1) Quel est l'univers de cette expérience aléatoire ?
2) Que peut on déduire de l'hypothèse indiscernable au toucher ?
3) Inventer R un événement impossible. Et S un évènement certain.
4) Donner un évènement E incompatible avec A (vous pouvez le donner sous forme d'ensemble voir ex1).

On a deux urnes, la première contenant une boule rouge et 3 vertes, la seconde contient deux boules rouges et une boules vertes. On va tirer maintenant une carte, si l'on obtient l'événement A on tirera une boule de l'urne 1 sinon on tirera une boule de l'urne 2.

On note R l'évènement obtenir une boule rouge, et V obtenir une boule verte.

5) Faire un arbre de PROBABILITE
6) Déterminer en donnant vos calculs $P(A \cap R)$, $P(\bar{A} \cap R)$, $P(R)$, $P(V)$

Exercice 5

Dans la classe de 2nde 6 il y a 36 élèves dont 16 garçons, le reste sont des filles. Il y a 12 germanistes (dont 4 filles) le reste étudient l'italien.

	Filles	Garçon	Total
Allemand			
Italien			
Total			

1) Compléter le tableau ci-dessus
2) On sélectionne une personne au hasard et on note F et A respectivement les événements « la personne sélectionnée est une fille » et « la personne sélectionnée étudie l'allemand. »
   a. En utilisant le tableau calculer les probabilités de A, F, $A \cap F$, $\bar{F}$ et $A \cup F$.
   b. Sur le tableau entourez en bleu les nombres correspondant à $A \cup F$ et en vert ce qui correspond à $A \cap F$
   c. Déterminer les deux dernières probabilités en utilisant des formules du cours.

Exercice 6

Soit une expérience aléatoire et P la fonction probabilité associée. On a A et B deux évènements tels que : $P(\bar{B}) = 0{,}4$, $P(A) = 0{,}7$ et $P(A \cap B) = 0{,}3$. Déterminer $P(A \cup B)$

Exercice 7

Compléter la loi de probabilité suivante (autrement dit : déterminer x) et en déduire la probabilité d'avoir une valeur supérieure strictement à 3.

Valeur	1	2	3	4	5	6
probabilité	0,1	0,15	0,20	0,15	0,1	x

Correction : (sujet C)

Exercice

Soit m et n deux entiers respectivement multiples de 5 et 15, il existe donc k et k' tels que $m = 20k = 5(4k)$ et $n = 15k' = 5(3k')$ et ainsi

$m - n = 5(4k) - 5(3k') = 5(4k - 3k') = 5k''\text{aveck}'' = 4k - 3k'$ un entier.

La somme $m - n$ est donc un multiple de 5.

Exercice 2

Complétez le tableau en vous inspirant des deux premières lignes.

Nom	description	composition de l'ensemble
Ω	Univers des possibles : "les nombres de -10 à 10"	{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;0;-1;-2;-3;-4;-5;-6;-7;-8;-9;-10}
A	les nombres strictement positifs	{-1;-2;-3;-4;-5;-6;-7;-8;-9;-10}
B	les nombres impairs	$\{-9;-7;-5;-3;-1;1;3;5;7;9\}$
C	Les multiples de 5	{-10 ;-5 ;0 ;5 ;10}
$A \cap B$	Les nombres impairs strictement négatifs	$\{-1;-3;-5;-7;-9\}$
$B \cup C$	Les nombres qui sont impairs ou multiples de 5	$\{-10;-9;-7;-5;-3;-1;1;3;5;7;9;10\}$
$\bar{C}$	Les nombres non multiples de 5	{1;2;3;4;6;7;8;9;-1;-2;-3;-4;-5;-6;-7;-8;-9}
$\overline{A \cup B}$	Les nombres qui ne sont pas (impairs ou négatifs) autrement dit les pairs positifs	$\{10;8;6;4;2;0\}$

Exercice 3

Phase 1 (16 min)

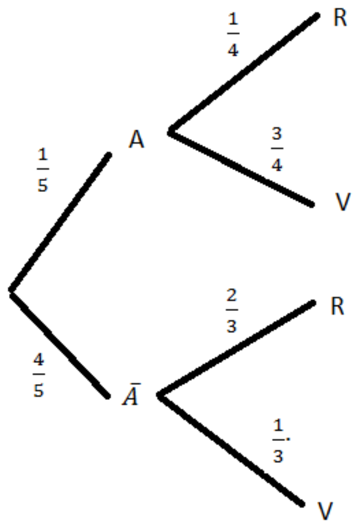
1) $\Omega = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12;13;14;15\}$

2) ça veut dire qu'on est dans une situation d'équiprobabilité

3) $R = \{21\}$ S="on obtient un nombre"

4) {3 ;9}

5)



6) $P(A \cap R) = \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$, $P(\bar{A} \cap R) = \frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$, $P(R) = \frac{1}{20} + \frac{8}{15} = \frac{35}{60}$,

$P(V) = P(\bar{R}) = 1 - P(R) = \frac{25}{60} = \frac{5}{12}$

Exercice 5

a. En utilisant le tableau calculer les probabilités de

$P(A) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$, $P(F) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$,

$P(A \cap F) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ et $P(\bar{F}) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$

$P(A \cup F) = \frac{4+8+16}{36} = \frac{28}{36} = \frac{7}{9}$.

b. $P(\bar{F}) = 1 - P(F) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$

$P(A \cup F) = P(A) + P(F) - P(A \cap F) = \frac{3}{9} + \frac{5}{9} - \frac{1}{9} = \frac{7}{9}$

	Filles	Garçon	Total
Allemand	4	8	12
Italien	16	8	24
Total	20	16	36

Exercice 6

$P(\bar{B}) = 0{,}3$ donc $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 0{,}7$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}4 + 0{,}7 - 0{,}3 = 0{,}8$

Exercice 7

$x = 1 - (0{,}1 + 0{,}15 + 0{,}2 + 0{,}15 + 0{,}1) = 0{,}3$

Valeur	1	2	3	4	5	6
probabilité	0,1	0,15	0,20	0,15	0,1	

P(« valeur supérieur strictement à 3 »)=0,15+0,1+0,3=0,55