16 * Familles de deux enfants

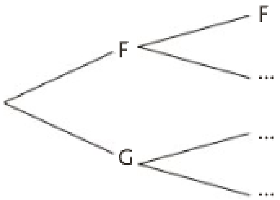
On s'intéresse à la composition des familles de deux enfants : il peut y avoir deux filles, deux garçons ou deux enfants de sexes différents.

On suppose que filles et garçons naissent de manière équiprobable et que le sexe du deuxième enfant ne dépend pas de celui du premier.

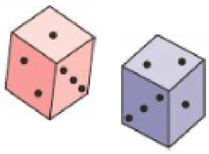
a) Simulez, avec le tableur ou avec la calculatrice, la composition de 500 familles de deux enfants, et donnez la fréquence de chacune des trois situations décrites dans l'énoncé.

b) Recommencez cette simulation.
Semble-t-il y avoir équiprobabilité ?

c) En utilisant un arbre de dénombrement, calculez la probabilité des trois événements et répondez à la question **b)**.



17 * Avec deux dés



On dispose de deux dés bien équilibrés, l'un rouge, l'autre bleu, marqués tous deux 1, 2, 3, 4, 5, 6.

On les lance simultanément, et on s'intéresse à la somme S des points obtenus sur la face supérieure de chacun d'eux.

1. Quelles sont les valeurs possibles pour S ?

2. a) Simulez 100 fois l'expérience précédente et donnez la fréquence de l'événement « S = 6 » et de l'événement « S = 7 ».

> *Note*
> Vous pouvez utiliser un tableur ou les listes de la calculatrice.

b) Recommencez plusieurs fois cette série de 100 expériences, et notez chaque fois les fréquences obtenues.

3. a) Calculez la probabilité de chacun des deux événements « S = 6 » et « S = 7 » en utilisant un tableau à double entrée, comme celui amorcé ci-dessous.

dé bleu / dé rouge	1	2	3	...
1	2	3	4	...
2	3	4	5	...
3	4	5	6	...
...	...	...	...	...

b) Comparez ces probabilités aux fréquences obtenues à la question **2**.

C2 Échantillonnage

Pour ces exercices, on peut se reporter à la capacité 2.

18 Dans chacun des cas suivants, dites si l'on obtient un échantillon au sens de la statistique, c'est-à-dire si les observations sont indépendantes les unes des autres et ont la même loi de probabilité.
Précisez chaque fois la taille de l'échantillon.

a) On lance 20 fois une pièce de monnaie.
b) On lance 100 fois un dé cubique.
c) On tire 50 boules dans une urne, en remettant à chaque fois la boule tirée dans l'urne.
d) On tire 8 cartes sans remise d'un jeu de 32 cartes.

19 Donnez un exemple d'échantillon de taille 20 que l'on peut obtenir, ainsi qu'un exemple du caractère que l'on peut observer avec :

a) une pièce de monnaie ;
b) un dé en forme de tétraèdre, marqué 1, 2, 3, 4 ;
c) une urne contenant des boules bleues, blanches ou rouges ;
d) un jeu de 52 cartes.

20 Comment simuler un échantillon statistique de taille 50 dans un établissement scolaire de 1 252 élèves ?

21 La fréquence p d'un caractère dans une population est égale à 0,65.
Déterminez l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la fréquence d'un échantillon :

a) de taille 100 ;
b) de taille 1 000.

22 La fréquence p d'un caractère dans une population est égale à 0,42.
Dans un échantillon issu de la population, on a trouvé 0,49 comme fréquence de ce caractère.
Cet échantillon est-il représentatif de la population pour ce caractère, sachant que l'échantillon est :

a) de taille 100 ?
b) de taille 1 000 ?

23 Une urne opaque contient 60 % de boules rouges.
On effectue 100 tirages avec remise.
On note f la fréquence des boules rouges tirées.
Au seuil de 95 %, à quel intervalle devrait appartenir f ?

24 * Un candidat à un poste de député a été élu avec 51 % des voix. Dans un village de sa circonscription, après dépouillement, sur 1 253 votes, 49 % étaient en sa faveur.
Ce village est-il représentatif de la couleur politique de la circonscription ?

25 * En France, au 1[er] janvier 2010, 48,7 % des foyers possédaient au moins un écran plat de télévision.
Dans une ville, sur un échantillon de 150 foyers, 65 possèdent au moins un écran plat.
Peut-on dire que les foyers de cet échantillon sont sous-équipés par rapport à la population française ?

26 * Une station de ski familiale n'attire que 25 % de skieurs habitant hors du département. Souhaitant élargir sa clientèle, la station fait réaliser des travaux au cours de l'été suivant : nouveau télésiège débrayable à six places, canons à neige.
L'hiver suivant, voulant connaître l'impact de ses investissements, 500 skieurs sont interrogés : 172 d'entre eux habitent hors du département.
Dites si les travaux de l'été ont eu un impact sur la fréquentation des skieurs habitant hors du département.

27 * **Rhume**
Une rhino-pharyngite guérit naturellement en moins de cinq jours dans 60 % des cas.
On veut tester un médicament censé abréger la durée de la maladie. Pour cela, on administre le médicament à 1 000 personnes.
Pour 63 % d'entre elles, la guérison a eu lieu en moins de cinq jours.
Que penser de l'efficacité de ce médicament ?

28 **1.** Dans un échantillon de taille 400, la fréquence d'un caractère est de 0,62.
a) Déterminez l'intervalle de confiance I_1 au seuil de 95 % de la fréquence de ce caractère dans la population tout entière.
b) Dessinez sur une droite graduée cet intervalle de confiance.
2. a) Reprenez les questions précédentes avec un échantillon de taille 1 000, qui donnerait la même fréquence, à savoir 0,62.
On notera I_2 l'intervalle de confiance obtenu.
b) Quelle relation peut-on écrire entre I_1 et I_2 ?

29 **Sondage électoral**
Un candidat à une élection fait effectuer un sondage. Sur 1 000 personnes interrogées, 530 déclarent vouloir voter pour lui.
On suppose que les électeurs ne changent pas d'avis le jour du vote.
On notera p le pourcentage des voix obtenues par le candidat.
a) Déterminez l'intervalle de confiance de p au niveau 0,95.
b) Énoncez le résultat ci-dessus en langage courant.

30 **Proportion de boules blanches**
Une urne contient des boules blanches et des boules noires. On aimerait connaître la proportion p des boules blanches. Pour cela, on effectue 100 tirages avec remise dans cette urne. On obtient 32 boules blanches.
Estimez p à l'aide de l'intervalle de confiance au niveau 0,95.

31 Lors d'un sondage, l'intervalle de confiance au niveau 0,95 a pour longueur 0,08.
Quelle était la taille de l'échantillon ?

32 * **Quelle taille pour l'échantillon ?**
On veut estimer la proportion p de foyers disposant, en France, d'un abonnement Internet. On sait que p est compris entre 50 % et 70 %.
Quelle doit être la taille minimale de l'échantillon pour obtenir un résultat avec une précision de 1 %, au seuil de 0,95 ?

Trouvez l'erreur

Pour chaque exercice de cette rubrique, une solution vous est proposée, mais elle contient une erreur. Trouvez cette erreur.

33 * Comment simuler un échantillon de taille 10 dans une population contenant 35 % de personnes aux yeux bleus et 65 % de personnes aux yeux noirs ?

Solution proposée

Avec une table de chiffres au hasard, j'associe, par exemple, les nombres pairs aux yeux bleus et les nombres impairs aux yeux noirs.
Ainsi, avec les dix premiers chiffres de la table de chiffres au hasard de la page 261, j'obtiens huit personnes aux yeux bleus et deux personnes aux yeux noirs.

34 * Dans un échantillon de 100 personnes, 67 % possèdent un ordinateur. Donnez une estimation de la proportion p de personnes de la population entière possédant un ordinateur, à l'aide de l'intervalle de confiance au niveau 0,95.

Solution proposée

L'échantillon est de taille 100, donc l'intervalle de confiance au niveau 0,95 est :

$$\left[67-\frac{1}{\sqrt{100}}\,;\,67+\frac{1}{\sqrt{100}}\right],$$

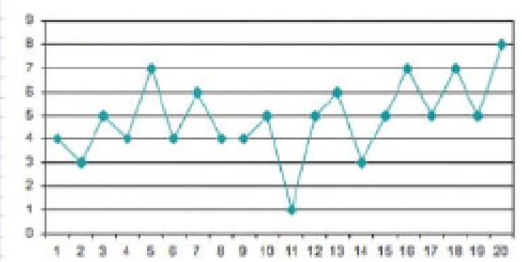
c'est-à-dire $[67-0{,}1\,;\,67+0{,}1]$, soit encore $[66{,}9\,;\,67{,}1]$.
D'où p peut être estimé au niveau 0,95 par l'intervalle $[66{,}9\,;\,67{,}1]$.

35 * 20 séries de 10 lancers

THÈMES : *Simulations avec le tableur. Fréquences.*

On souhaite simuler, avec le tableur, 20 séries de 10 lancers d'une pièce équilibrée et compter, pour chaque série, le nombre de fois où l'on obtient « face ».
Bérénice dit : « C'est un travail bien inutile, puisqu'on obtiendra, pour chacune des 20 séries, cinq fois "pile" et cinq fois "face" ».
Essayons néanmoins. Nous ferons apparaître des « 0 » ou des « 1 » de manière équiprobable : « 0 » signifiera « pile » et « 1 » signifiera « face ».

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0
2	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1
3	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1
5	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1
6	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0
7	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1
8	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0
9	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
10	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0
11										
12	4	3	5	4	7	4	6	4	4	5



1. Tapez dans la cellule A1 la formule :
=ALEA.ENTRE.BORNES(0;1), et tirez la case verticalement jusqu'à obtenir dix lancers.
2. Pour compter le nombre de « face » de cette première série, vous pouvez faire la somme de la colonne A. Expliquez pourquoi, et écrivez la somme dans la cellule A12.
3. Tirez à présent la colonne A horizontalement pour obtenir, jusqu'à la colonne T, 20 séries de 10 lancers chacune.
Obtient-on systématiquement cinq fois « face » et cinq fois « pile » ?
Constatez que les résultats fluctuent.
En appuyant sur la touche F9, faites effectuer une nouvelle série de tirages.
4. Pour mieux voir la fluctuation, utilisez l'assistant graphique, et faites dessiner les résultats obtenus.
5. Si Bérénice, déçue dans ses prévisions, accuse le tableur de ne pas fournir les « 0 » et les « 1 » de manière équiprobable, prenez une vraie pièce de monnaie et lancez-la dix fois.
Recommencez dix fois encore, et faites-lui constater que les résultats fluctuent.
Écrivez à chaque fois les résultats que vous obtenez.
6. Réalisez à présent, avec le tableur, 20 séries de :
a) 100 lancers ;
b) 500 lancers.
Calculez à chaque fois la fréquence d'apparition de « face ».Utilisez l'assistant graphique pour visualiser les résultats.
Que constatez-vous quant à la fluctuation de la fréquence de « face » ?

36 * Simulation avec un algorithme

THÈMES : *Simulation. Algorithmique. Fluctuation et stabilisation des fréquences.*

Voici un algorithme qui simule n lancers d'un dé équilibré, et qui compte le nombre de « 1 » obtenus.

```
Saisir n
K prend la valeur 0
Pour i variant de 1 à n
    Si entier aléatoire entre 1 et 6 = 1
    alors K prend la valeur K + 1
FinPour
f prend la valeur K/n
Afficher f
```

A. Comprendre l'algorithme

1. Expliquez l'idée de cet algorithme.
2. Commentez chaque ligne, en disant ce qu'elle permet d'obtenir.
3. Que contient la mémoire f à la sortie de la boucle « pour » ?
4. Pourquoi initialiser la mémoire K à 0, et ne pas le faire pour la mémoire f ?

B. Résultats obtenus

1. Traduisez cet algorithme sur votre ordinateur ou votre calculatrice.
2. Faites tourner le programme plusieurs fois, pour $n = 10$, $n = 20$.
Écrivez, à chaque fois, la fréquence que vous obtenez.
Constatez la grande fluctuation de la fréquence.
3. À présent, faites tourner le programme pour $n = 100$, puis pour $n = 1000$.
Écrivez les résultats obtenus et constatez que la fréquence se stabilise autour de $\frac{1}{6}$.

C. Modifications

1. Comment modifier l'algorithme ci-dessus pour compter cette fois le nombre de « 2 » ?
2. Comment modifier l'algorithme ci-dessus pour simuler n lancers d'une pièce équilibrée ?