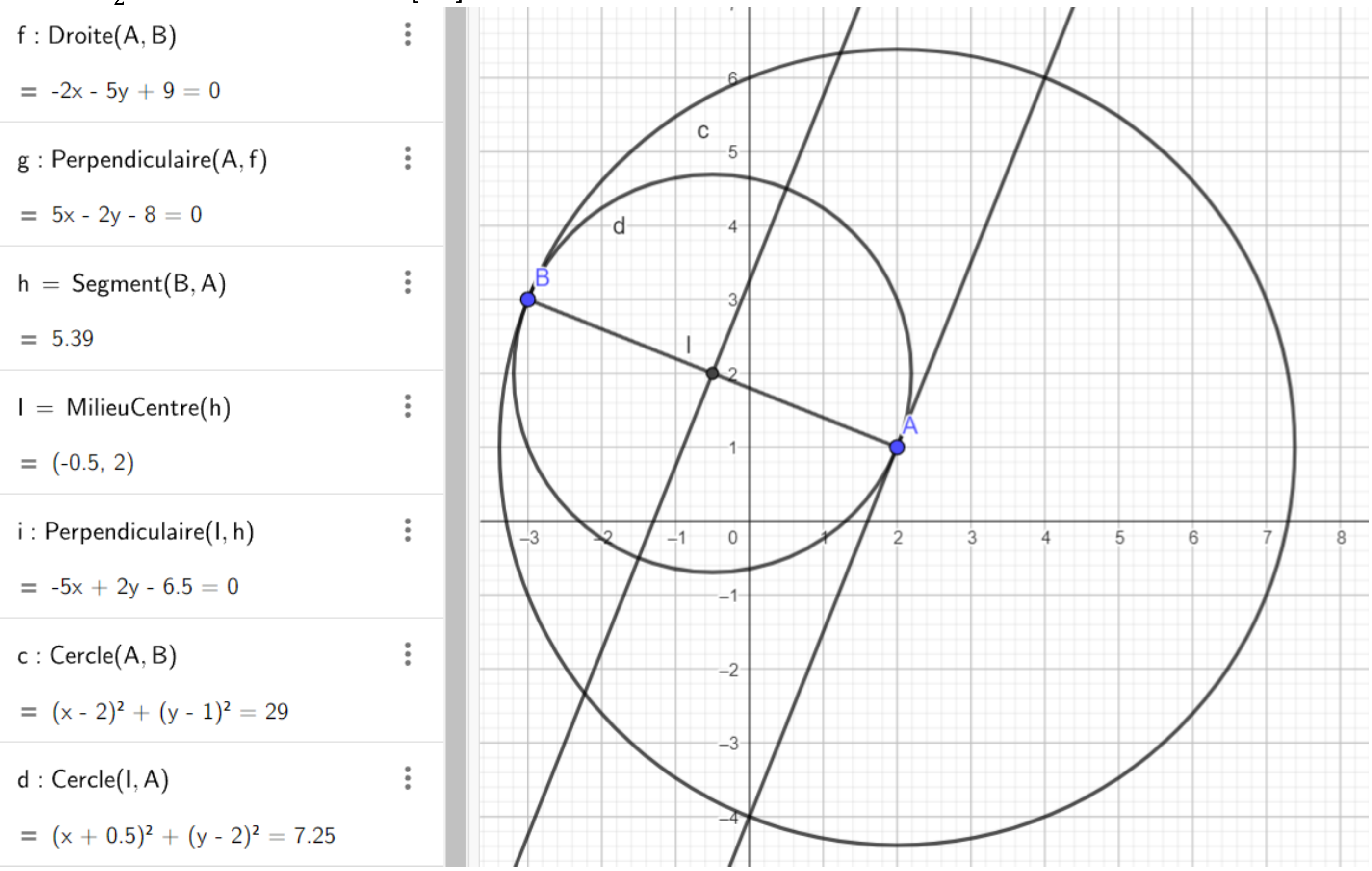
Exercice 1

Soit $A(2\ ;\ 1)$ et $B(-3\ ;\ 3)$ deux points de notre repère orthonormé.

Pour plus de commodité on notera :

- Δ_1 la droite perpendiculaire à (AB) passant par A,
- Δ_2 la médiatrice de [AB],
- $\mathcal{C}_1$le cercle de centre A et de rayon AB,
- $\mathcal{C}_2$ le cercle de diamètre [AB].



La droite (AB) a pour vecteur directeur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3-2\\3-1\end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-5\\2\end{pmatrix}$.

Elle admet une équation cartésienne de la forme $ax + by + c = 0$ avec :

$a = 2$ et $-b = -5$ donc : $2x + 5y + c = 0$

De plus elle passe par $A(2; 1)$ donc $2 \times 2 + 5 \times 1 + c = 0 \Leftrightarrow c = -4 - 5$

On a donc $(AB) : 2x + 5y - 9 = 0$

(AB) admet un vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}$ qui sera un vecteur directeur pour Δ_1 la perpendiculaire à (AB) passant par A. Δ_1 admettra donc une équation cartésienne de la forme $ax + by + c = 0$ avec : $a = 5$ et $-b = 2$

donc $\Delta_1 : 5x - 2y + c = 0$

De plus elle passe par $A(2; 1)$ donc : $5 \times 2 - 2 \times 1 + c = 0 \Leftrightarrow c = 2 - 10$

Ainsi $\Delta_1 : 5x - 2y - 8 = 0$

Δ_2 la médiatrice de $[AB]$ est orthogonale à $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-5\\2\end{pmatrix}$ donc elle admet une équation de la forme $ax + by + c = 0$ avec $a = -5$ et $b = 2$ et donc $-5x + 2y + c = 0$

Δ_2 La médiatrice de $[AB]$ passant par le milieu de ce segment : $I\left(\frac{2+(-3)}{2}; \frac{1+3}{2}\right) = I\left(\frac{-1}{2}; 2\right)$ donc $-5\left(-\frac{1}{2}\right) + 2 \times 2 + c = 0 \Leftrightarrow c = -\frac{5}{2} - 4$ ainsi $\Delta_2 :\ -5x + 2y - \frac{13}{2} = 0 \Leftrightarrow 10x - 4y + 13 = 0$

Dans le repère orthonormé $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-5)^2 + (2)^2} = \sqrt{29}$

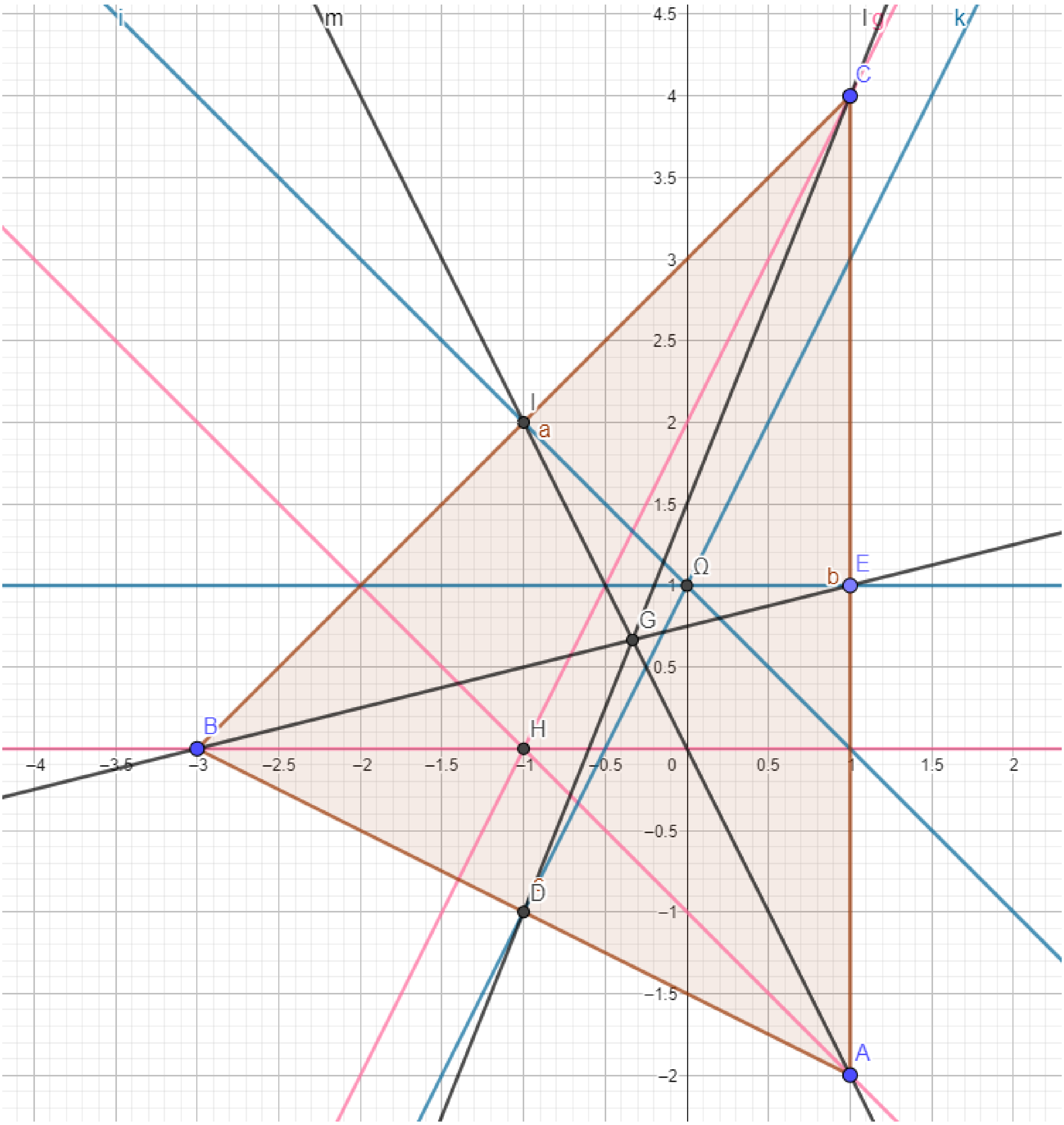
$\mathcal{C}_1 : (x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = AB^2 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 = 29$

$\mathcal{C}_2$ le cercle de diamètre [AB]. Est aussi le cercle de centre I et de rayon $\frac{AB}{2}$

$\mathcal{C}_2 : (x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = AB^2 \Leftrightarrow \left(x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)^2 + (y-2)^2 = \left(\frac{\sqrt{29}}{2}\right)^2$

$\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y-2)^2 = \frac{29}{4}$

Exercice 2



Exercice 7

c)

Δ_C la tangente en A au cercle de diamètre $[AB]$ est une droite perpendiculaire à [AB] et passant par A.
Comme $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -2-(-1) \\ 1{,}5-2{,}5 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ Δ_C admet une équation de la forme $ax+by+c=0$ avec $a=-1$ et $b=-1$ et donc Δ_C: $-1x-y+c=0$.
Comme elle passe par $A(-1;2{,}5)$ on aura : $-1\times(-1)-2{,}5+c=0 \Leftrightarrow c=1{,}5$ et donc

$$\Delta_C:\ -1x-y+1{,}5=0$$